

Отзыв официального оппонента о диссертационной работе

Цилевич Наталии Владимировны

“Асимптотическая теория унитарных представлений симметрических групп и ее приложения”

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Тема диссертации – асимптотическая теория представлений симметрических групп и теория унитарных представлений бесконечной симметрической группы. Исследование бесконечной симметрической группы началось с работы Э.Тома о характерах индуктивного предела полных симметрических групп (1964 г.) и работы А.Либермана о классификации унитарных представлений полной бесконечной симметрической группы (1972). Начиная с 1982 года, в этой области работали А.М.Вершик и С.В.Керов, их первым достижением было построение унитарных представлений, соответствующих характерам Тома. С тех пор теория представлений бесконечных симметрических групп разрослась в обширную содержательную область, имеющую разнообразные связи с классической теорией представлений, комбинаторикой, теорией случайных процессов, математической физикой, и является относительно хорошо понятым разделом теории представлений бесконечномерных групп. Среди работавших в этом направлении авторов отметим Г.И.Ольшанского, А.Ю.Окунькова, Н.И.Нессонова, Ф.Биана, А.Бородина, Е.Страхова. Теория представлений бесконечных симметрических групп – наиболее понятая на сегодняшний день часть теории представлений бесконечномерных групп. С другой стороны, можно считать, что эта работа посвящена различным моделям пространства Фока, анализу в пространстве Фока и изоморфизмов моделей.

Перейдем к обсуждению содержания диссертации. Работа состоит из введения и трех глав.

В первой главе автор начинает с рассмотрения тензорных степеней стандартного двумерного представления группы $SL(2)$, оно автоматически снабжено действием симметрической группы, автор называет такие объекты представлениями Шура–Вейля. Из них можно разными способами строить предельные представления. Оказывается, что так может быть получено

пространство базисного представления аффинной алгебры Ли $\tilde{\mathfrak{sl}}_2$. Задним числом такой изоморфизм выглядит достаточно естественным, однако, насколько мне известно, этот изоморфизм ранее не отмечался и не исследовался.

В этой главе также рассматриваются представления, индуцированные с единичных представлений юнговских подгрупп (это имитация построения представлений конечных симметрических групп), изучена их структура и вычислены спектральные меры.

Отправной точкой для второй главы являлось соответствие между бозонным пространством Фока и L^2 по мере Пуассона, это своего рода канонический бесконечномерный интегральный оператор, обнаруженный в нескольких работах начала 70х годов и с тех пор обсуждавшийся и исследовавшийся во многих работах. В диссертации исследуется подобное соответствие между бозонным пространством Фока (автор рассматривает модель L^2 на белом шуме) и L^2 по общему процессу Леви. Написаны явные формулы для этого изоморфизма и исследованы различные свойства этого интегрального преобразования. Доказано, что гильбертова факторизация, порожденная произвольным процессом Леви, является фоковской.

Этот сюжет представляется весьма интересным и допускающим дальнейшее развитие (есть, например, большая «метазадача» переноса структур фоковского пространства в другие L^2).

Кроме того, в этой главе получено свойство квазиинвариантности гамма-процессов.

В третьей главе дается интерпретация квантового метода обратной задачи для q -бозонной модели в терминах алгебры симметрических функций. Показано, что в случае фазовой модели ($q = 0$) оператор рождения совпадает (с точностью до скалярного множителя) с оператором умножения на производящую функцию полных симметрических функций, а волновые функции выражаются через функции Шура. В общем случае q -бозонной модели тот же результат имеет место с заменой функций Шура на симметрические функции Холла–Литтлвуда.

Исследованы также асимптотические спектральные свойства оператора Кокстера–Лапласа — элемента групповой алгебры симметрической группы, в естественных представлениях.

Отметим ряд недостатков этой работы. Я не смог понять фразу «пример квазиинвариантного гамма-процесса, не эквивалентного никакому гамма-процессу» на стр. 105.

На стр. 32 автор определяет «алгебру Гельфацда–Цетлина» как подалгебру в групповой алгебре симметрической группы S_n , порожденную центрами подгрупп S_k . Если следовать букве определения, то эта алгебра есть $\mathbb{C} \oplus \mathbb{C}$. Впрочем, понятно, что имеются в виду не центры подгрупп, а центры групповых алгебр подгрупп.

Автор не всегда точен в цитировании. Например, на стр. 12-13 обсуждаются ссылки на предельные случаи двойственности Шура–Вейля. Стоит заметить, что случай фиксированной симметрической группы и бесконечномерной GL достаточно тривиален, и, по-существу, содержится в теореме А.А. Кириллова 1973 г. о классификации представлений бесконечномерной унитарной группы (сама теорема – утверждение существенно более тонкое, чем эта двойственность). Стоило бы отметить и двойственность из работы [50] с участием бесконечномерной симметрической группы.

Указанные замечания являются техническими и не влияют на общий высокий уровень работы.

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут найти приложения в теории представлений бесконечномерных групп, математической физике, теории случайных процессов.

Все основные результаты диссертации являются новыми и математически строго доказанными фактами. Выносимые на защиту результаты получены автором лично. Они опубликованы в 14 работах, опубликованных в хороших российских и иностранных журналах (J. Funct. Anal., Comm. Math. Phys., Comptes Rendus, Lett. Math. Phys, Pure Appl. Math. Q., Adv. Appl. Math., Успехи матем. наук, Функц. анализ и прилож., Записки семинаров ПОМИ, Теор. вероятност. и прилож.). Автореферат правильно отражает содержание диссертации. На основании вышеизложенного следует заключить, что представленная диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для теории представлений и математической физики. Она удовлетворяет всем требованиям, указанным в Положении о порядке присуждения ученых степеней и предъявляемым к докторским диссертациям. Диссер-

тант – ЦИЛЕВИЧ Наталия Владимировна – заслуживает присуждения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент,
ведущий научный сотрудник НИЦ “Курчатовский институт”
ФГБУ “Государственный научный центр РФ Институт теоретической и экспериментальной физики” им. А.И.Алиханова

доктор физ.-мат. наук

Ю.А.Неретин

30.11.2015

117218 Москва, ул. Большая Черемушкинская, 25, ИТЭФ,
телефон (7-499) 123-35-55; neretin@mcsme.ru

Подпись официального оппонента ~~в.н.с. Неретина Ю.А.~~ заверяю

Ученый секретарь ФГБУ ГНИ ~~РФ ИТЭФ~~

Васильев В.В.

