

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения
Российской академии наук
(ИМ СО РАН)**

630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98
E-mail: im@math.nsc.ru

16.05.2018 № 314-2-35

На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора ИМ СО РАН

д.ф.м.н., проф.

Ю.С. Волков



ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Лавренова Андрея Валентиновича
«Строение групп Стейнберга», представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06
«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Напомним, что один из классических результатов алгебры утверждает, что специальная линейная группа над любым полем порождается трансвекциями. Таким образом, множество трансвекций \mathcal{X} является порождающим множеством для специальной линейной группы. В 1962 году Р. Стейнберг нашёл полную систему соотношений \mathcal{R} для множества \mathcal{X} над алгебраическими расширениями конечных полей. Соотношения из \mathcal{R} имеют простой вид и позволяют рассматривать их над любым коммутативным кольцом, что позволяет определить группу Стейнберга $St(n, R)$ над кольцом R как группу, с множеством порождающих \mathcal{X} и соотношениями \mathcal{R} .

Очевидно, что существует гомоморфизм $\varphi : St(n, R) \rightarrow SL(n, R)$ из группы Стейнберга в специальную линейную группу. Легко показать, что образ $\varphi(St(n, R)) = E(n, R)$ суть нормальная подгруппа в $GL(n, R)$. В теории групп Стейнберга одними из важнейших вопросов являются вопросы нахождения $K_1 = GL(n, R)/E(n, R)$ и $K_2 = Ker(\varphi)$.

Аналогичным образом группы Стейнберга можно определить для других классических типов групп Ли и рассматривать для них аналогичные вопросы. В 2005 г. Виктор Петров ввёл понятие нечётной унитарной группы, обобщающие все классические группы.

В представленной диссертации изучаются все эти группы, их строение и свойства, так что её актуальность не вызывает сомнений. Основными результатами диссертации являются следующие.

1. Доказан локально-глобальный принцип для линейной группы Стейнберга $St(4, R)$, позволяющий сводить изучение групп Стейнберга над кольцом к изучению этих групп над локализациями данного кольца. Ранее данный принцип был доказан для групп Стейнберга $St(n, R)$ при $n \geq 5$.

2. Для симплектической группы Стейнберга $StSp(2l, R)$ также доказан локально-глобальный принцип при $l \geq 3$ (ранее было известно, что при $l = 2$ он не выполняется), построено её новое копредставление, а также доказана центральность $K_2Sp(2l, R)$.

3. Доказана тривиальность мультипликатора Шура унитарной группы Стейнберга $StU(2n, R, \mathcal{L})$ при $n \geq 5$.

Работа состоит из трёх глав, введения и списка литературы, содержащего 74 наименования.

Во введении дан обзор известных результатов и кратко сформулированы основные результаты работы.

В первой главе приводится доказательство новых результатов о линейной группе Стейнберга, в частности локально-глобального принципа. Для удобства читателя автор включил краткое теоретико-

групповое изложение теории мультипликаторов Шура и универсальных центральных расширений. Кроме того, в качестве следствия в ней показана центральность ортогонального функтора K_2 .

Во второй главе изучаются симплектические группы Стейнберга, доказываются необходимые технические результаты о корректности определения функторов K_1 и K_2 для симплектических групп Стейнберга. Затем строится другое копредставление симплектической группы Стейнберга (отличное от классического копредставления порождающими и соотношениями Стейнберга), строится структурная теория этих групп на основе изучения их унипотентных подгрупп, после чего доказывается теорема о центральности группы $K_2StSp(2l, R)$. Далее предлагаются конструкции симплектической группы ван дер Каллена (являющейся центральным расширением симплектической группы Стейнберга) и симплектической группы Туленбаева, которая оказывается центральным расширением нормального делителя симплектической группы Стейнберга — относительной группой Стейнберга. Используя построенные группы автор доказывает теорему о локально-глобальном принципе симплектических групп Стейнберга.

Третья глава посвящена изучению нечётной унитарной группы, определению унитарной группы Стейнберга и доказательству тривиальности её мультипликатора Шура.

Полученные результаты являются важным продвижением в исследовании классических групп над кольцами и смежных областей, в особенности K -теории. Отметим также некоторые недостатки представленной диссертации.

Текст работы очень сырой и изобилует опечатками. Видимо, одной из причиной является тот факт, что большинство работ автора опубликовано в англоязычных журналах и их русский перевод делался в спешке в процессе работы над диссертацией.

В качестве общей рекомендации хотелось бы посоветовать автору внимательно проверять выполнение следующего правила: если математический символ имеет падеж, или перед ним стоит слово, указывающее на его род (например, прилагательное или глагол прошедшего времени), то совершенно необходимо использовать существительное перед этим символом. Например:

«линейному K_2 » —> «линейному функтору K_2 ».

Факторгруппа традиционно обозначается G/H , а не $\frac{G}{H}$.

Предел, используемый для построения стабильной группы, в русскоязычной литературе обычно называется прямым, а не копределом.

Автору следует также более тщательно подходить к формулировкам результатов, особенно основных результатов. На наш взгляд многие из них можно переформулировать, существенно улучшив их понимаемость. Так, например, в формулировке локально-глобального принципа замена «Этот элемент тривиален, $g = 1$ » на «Тогда этот элемент тривиален (т.е. $g = 1$)» улучшит понимаемость в несколько раз.

В списке литературы в диссертации было бы удобнее, если бы работы автора, в которых опубликованы основные результаты диссертации, стояли в конце и подряд. Кроме того, работа 40 по непонятной нам причине не включена в автореферат.

Данные замечания легко устранимы и не влияют на общую положительную оценку диссертации. Настоящая диссертация представляет собой законченную работу, основные результаты которой вносят значительный вклад в изучение линейных групп над кольцами. Получены существенные новые результаты дающее заметное продвижение в исследовании этих групп. Основные результаты, полученные в диссертации, являются новыми, представляют интерес и послужат основой для дальнейших исследований в теории групп. Все доказательства изложены полно, в некоторых случаях найдены новые, более простые соображения для доказательства обобщений известных утверждений.

Полученные результаты новы, а методы, которые применялись для получения этих результатов, требуют глубокого знания результатов групп Стейнберга и матричных групп. Они имеют несомненный теоретический интерес и будут применяться в дальнейших исследованиях по теории групп и её приложений в Московском, Санкт-Петербургском, Новосибирском, Уральском, Красноярском, Ивановском университетах и математических институтах РАН, а так же использоваться в спецкурсах.

Все вошедшие в диссертацию результаты опубликованы в журналах из списка ВАК, докладывались на различных алгебраических семинарах и конференциях. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации. Работа хорошо оформлена, все доказательства изложены ясным и грамотным

математическим языком.

Таким образом, диссертация Лавренова Андрея Валентиновича «Строение групп Стейнберга» является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение нескольких давних актуальных проблем в теории групп Стейнберга и групп матриц, имеющих существенное значение для теории групп, что соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а её автор заслуживает присуждения искомой учёной степени. Отзыв обсуждён на заседании семинара лаборатории теории групп А4 ИМ СО РАН (23.04.2018 и N 1229).

И.о. зав. лаб.
д.ф.-м.н., доцент



Е. П. Вдовин

Подпись *Е. П. Вдовин*
удостоверяю
Зав. орготделом *Н.З. Киндралева*
ИМ СО РАН
«16» 05 20 18 г.