

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

на диссертационную работу **Коптелова Ярослава Юрьевича** на тему:

**"Об асимптотике собственных функций абсолютно непрерывного спектра задачи рассеяния нескольких заряженных квантовых частиц",**

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 - "математическая физика"

### Актуальность

Интерес к задачам рассеяния нескольких заряженных квантовых частиц неуклонно растет в течение последних десятилетий. Это обусловлено, с одной стороны, развитием экспериментальной базы низкоэнергетического кластерного рассеяния. Такие эксперименты важны, например, при исследовании диссоциативной рекомбинации в атомной и молекулярной физике, а также при описании результатов астрофизических наблюдений. С другой стороны, немаловажную роль играет здесь активное развитие нанотехнологий и волноводных технологий, напрямую связанных с процессами рассеяния нескольких одномерных частиц. При этом все более важную роль играет умение предсказать и с высокой точностью описать результаты эксперимента. Такое описание позволит прояснить механизмы сложных физических процессов низкоэнергетического рассеяния нескольких заряженных кластеров или с высокой точностью предсказать свойства волноводных структур.

Несмотря на существующие в настоящее время различные подходы к решению квантовой задачи рассеяния нескольких заряженных частиц (одномерных и многомерных), до сих пор не существует математически строгого законченного подхода к решению задачи в терминах собственных функций, аналогичного подходу уравнений Фаддеева. Основа такого подхода была, однако, заложена в работах M.Gaudin, V.Derrida (1975), В.С.Буслаева, С.П.Меркурьева, С.П.Саликова (1979), В.С.Буслаева, Н.И.Калитеевского (1987). Этот подход, основанный на аналогии постановки задачи рассеяния нескольких одномерных квантовых частиц с финитными парными потенциалами и задачи дифракции многомерной плоской волны на системе бесконечных пересекающихся полупрозрачных «экранов» с окрестностями получил впоследствии название дифракционного. Нужно отметить, что в задаче квантового рассеяния одномерных частиц даже с финитными парными потенциалами методы уравнений Фаддеева не работают вследствие специфики размерности.

Дифракционный подход изначально применялся к задачам квантового рассеяния нескольких одномерных частиц с финитными парными потенциалами. Однако, спустя 30 лет именно в терминах этого подхода были построены равномерные по всем угловым переменным асимптотики на бесконечности в конфигурационном пространстве трехчастичной собственной функции абсолютно непрерывного спектра задачи рассеяния трех одномерных одноименно заряженных частиц [В.С.Буслаев, С.Б.Левин (2010)] и трех трехмерных одноименно заряженных частиц [В.С.Буслаев, С.Б.Левин (2012)].

В диссертационной работе Я.Ю.Коптелова сделаны два существенных обобщения предшествующих результатов.

### Содержание, основные результаты и новизна работы.

По структуре и полноте представленная диссертационная работа отвечает требованиям, предъявляемым к квалификационным работам. Основное содержание работы изложено в первой-второй главах.

В первой главе автор в своем исследовании построил обобщение дифракционного подхода на задачу рассеяния  $N$  одноименно заряженных трехмерных квантовых частиц. Автором предъявлен анзац для равномерной асимптотики на бесконечности в конфигурационном пространстве  $N$ -частичной собственной функции абсолютно непрерывного спектра. При этом используется рекуррентная процедура построения:  $(M+1)$ -частичная асимптотика строится при условии, что решена  $M$ -частичная задача рассеяния. Доказана теорема о скорости убывания невязки предложенного анзаца в уравнении Шредингера на бесконечности в конфигурационном пространстве.

Во второй главе диссертационной работы автор исследует задачу трех трехмерных заряженных квантовых частиц при наличии в парных подсистемах кулоновских потенциалов притяжения. Таким образом, впервые исследуется случай существования бесконечного дискретного кулоновского спектра в парных подсистемах. В этой задаче исследован совокупный вклад кулоновского дискретного спектра парного оператора Шредингера в структуру асимптотики трехчастичной собственной функции абсолютно непрерывного спектра. При этом сам совокупный вклад в асимптотику получен в терминах замкнутых выражений. А именно, показано, что наличие бесконечного кулоновского дискретного спектра парного оператора приводит лишь к осцилляциям и степенному убыванию соответствующего совокупного вклада в трехчастичную собственную функцию непрерывного спектра. Полученное обобщение приводит исходную задачу с бесконечным числом каналов рассеяния к новой эффективной задаче с конечным числом каналов рассеяния (спектральная окрестность точки накопления дискретного спектра парного оператора заменяется одним каналом с известным асимптотическим поведением эффективной волновой функции).

Новые результаты, полученные в ходе диссертационного исследования, опубликованы в ряде российских журналов, входящих в Перечень ВАК, а также в зарубежных изданиях. Автореферат отражает основное содержание работы.

#### Достоверность, полученных автором результатов.

Несмотря на то, что с 70-х годов прошлого века все результаты в рамках дифракционного подхода были получены в отсутствие теоремы существования и единственности решения, в недавней работе И.В.Байбулова, А.М.Будылина, С.Б.Левина (2017) доказательство теоремы существования и единственности было фактически получено для системы трех одномерных квантовых частиц с финитными парными потенциалами в рамках альтернирующего метода Шварца. В работе И.В.Байбулова, А.М.Будылина, С.Б.Левина (2018) асимптотики, полученные ранее в рамках дифракционного подхода для данной задачи были блестяще подтверждены, что лишний раз подчеркивает значение результатов, полученных в рамках дифракционного подхода вообще.

Отметим также, что ход научной мысли в диссертационной работе Я.Ю.Коптелова логичен и понятен, используемый при выводах выражений математический аппарат надежен и применяется корректно.

#### Замечания

Работа хорошо структурирована, написана подробно и математически грамотно. Но все же по представленной диссертационной работе можно сделать следующие замечания:

- В первой главе работы представлен анзац для структуры асимптотики многочастичной собственной функции абсолютно непрерывного спектра. Можно ли учесть в этом представлении наличие связанных состояний в подсистемах, если таковые имеются?
- Во второй главе работы описан совокупный вклад дискретного спектра парного оператора Шредингера в асимптотику трехчастичной собственной функции абсолютно непрерывного спектра. Можно ли описать вклад непрерывного спектра парного оператора Шредингера?
- Можно ли построить оценки необходимого количества состояний дискретного спектра парного оператора, которое должно быть учтено явно при построении трехчастичной асимптотики? Каковы параметры этих оценок?

Указанные недостатки не снижают общую высокую оценку работы.

#### Заключение

Диссертация Я.Ю.Коптелова «Об асимптотике собственных функций абсолютно непрерывного спектра задачи рассеяния нескольких заряженных квантовых частиц» полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» в части диссертаций на степень кандидата физико-математических наук, а ее автор вне всяких сомнений заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 - математическая физика.

Официальный оппонент  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Игорь Юрьевич Попов  
21 апреля 2019 года

**Адрес электронной почты:** [porov1955@gmail.com](mailto:porov1955@gmail.com)

**Организация:** Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

**Структурное подразделение:** Факультет систем управления и робототехники

**Должность:** профессор

**Адрес организации:** Санкт-Петербург, 197101, Кронверкский пр., 49

**Телефон:** (812) 312-6131



*Попов И. Ю.*

*И. Ю. Коптелову*  
*24.04.2019,*