

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации ЕЛИСЕЕВОЙ Юлии Сергеевны «Условия быстрого убывания функций концентрации сверток вероятностных распределений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Ю.С. Елисеева поступила в аспирантуру СПбГУ три года назад. Заниматься функциями концентрации сумм независимых случайных величин и векторов она захотела сама. Я давно занимался этой тематикой и согласился быть ее научным руководителем. Ее заинтересовал вопрос об оценивании функций концентрации в так называемой проблеме Литтлвуда–Оффорда, когда функции концентрации взвешенных сумм независимых одинаково распределенных случайных величин и векторов оцениваются в терминах свойств весов, используемых при построении взвешенных сумм $a_1 X_1 + \dots + a_n X_n$. В сороковые годы прошлого века Литтлвуд и Оффорд рассмотрели эту проблему при изучении случайных полиномов в частном случае, когда одинаково распределенные величины X_j принимают значения 1 и -1 с вероятностями $1/2$. Проблема Литтлвуда–Оффорда является частным случаем задачи об оценивании функции концентрации сумм независимых слагаемых, когда распределения слагаемых отличаются друг от друга лишь домножением одинаково распределенных величин на масштабные веса a_j . Ее специфика заключается в том, что внимание в первую очередь уделяется свойствам весов a_j .

Последнее десятилетие отмечено достаточно бурным развитием теории случайных матриц высокой размерности, составленных из независимых одинаково распределенных случайных величин. При этом оказалось, что при изучении распределений собственных чисел важное значение имеют как раз оценки функций концентрации в проблеме Литтлвуда–Оффорда. Говоря грубо, основная идея состоит в следующем. Показывается, что функция концентрации может принимать относительно большие значения только если веса a_j имеют нетривиальную арифметическую структуру. Это означает, что достаточное большая часть весов оказывается близка к ограниченному множеству, состоящему из точек арифметической прогрессии или сумм точек арифметических прогрессий. Затем используется то, что множество весов с такими свойствами имеет относительно небольшую меру Лебега.

Диссертация Ю.С. Елисеевой посвящена уточнению недавно полученных результатов об оценивании функций концентрации в проблеме Литтлвуда–Оффорда. Сначала ей удалось усилить результаты Фридланда и Содина, а также Рудельсона и Вершинина. Были уточнены правые части неравенств и ликвидированы излишние предположения на распределение величин X_j . Это было достигнуто за счет применения приемов, аналогичных использованным Эссееном в шестидесятые годы прошлого века при обобщении неравенств Колмогорова–Рогозина. Кроме того была использована полученная Араком оценка в неравенстве, связывающем функции концентрации и интегралы от характеристических функций. Арак заметил, что для распределений с неотрицательными характеристическими функциями оценка справедлива не только сверху, но и снизу (с другой абсолютной константой).

Затем Ю.С. Елисеева обобщила результаты на многомерный случай и, тем самым, получила усиления многомерных результатов перечисленных выше авторов. Ей также удалось получить уточнения результатов недавно опубликованной работы Вершинина, рассмотревшего проблему Литтлвуда–Оффорда в несколько иных условиях.

В последние несколько месяцев Ю.С. Елисеева занималась изучением связи работ Тао, Ву и Нгуена, посвященных проблеме Литтлвуда–Оффорда с достаточно давними результатами Арака, также обнаружившего зависимость малости функции концентрации сумм независимых случайных величин от арифметического строения носителей слагаемых. Арак рассматривал общий случай, не ограничиваясь случаем взвешенных сумм независимых одинаково распределенных случайных величин. Такая связь была выявлена. Ее обсуждению посвящена совместная работа, результаты которой в диссертацию не вошли. В диссертации присутствуют два подготовительных результата, полученных Ю.С. Елисеевой сравнительно недавно. Во-первых, она получила одно общее неравенство, показывающее, что проблема Литтлвуда–Оффорда может быть сведена к оцениванию функций концентрации некоторых симметричных безгранично делимых распределений со спектральными мерами, сосредоточенными в точках $\pm a_j$. Во-вторых, ей удалось обобщить на многомерный случай результаты Арака, демонстрирующие связь между степенью малости функции концентрации суммы и арифметической структурой носителей распределений независимых случайных векторов для произвольных распределений слагаемых.

За проведенное в аспирантуре время Ю.С. Елисеева продемонстрировала трудолюбие и изобретательность при решении сложных задач теории суммирования независимых случайных слагаемых. Ей удалось получить несколько интересных и важных результатов об оценивании функций концентрации сумм независимых слагаемых. Мое участие при получении совместных результатов сводилось к постановке задач и советам, основанным на опыте работы с функциями концентрации сверток вероятностных распределений.

Я считаю, что диссертационная работа Ю.С. Елисеевой «Условия быстрого убывания функций концентрации сверток вероятностных распределений» по своему содержанию соответствует специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель
Доктор физико-математических наук

А.Ю. Зайцев

20.10.2014

