

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Андрея Вадимовича Смоленского

«Факторизации и ширина групп Шевалле над маломерными кольцами»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика,
алгебра и теория чисел

Диссертация А.В.Смоленского посвящена вопросам факторизации групп Шевалле над маломерными кольцами. Её результаты существенно уточняют и обобщают известные результаты, связанные с факторизацией и шириной групп Шевалле и их главных конгруэнц-подгрупп.

Оценки ширины группы в различных типах образующих являются чрезвычайно популярной темой последних десятилетий. Задачам этого рода посвящено значительное число статей, которые появлялись в таких разделах, как алгебраическая K-теория, структурная теория алгебраических групп, теория конечных и проконечных групп, асимптотическая теория групп, вычислительная линейная алгебра, компьютерная графика и др.

Наиболее важная и давно известная факторизация групп Шевалле – разложение Брюа, которое верно над полями. Для элементарной группы Шевалле над кольцами стабильного ранга 1 выполняется разложение Гаусса (треугольная факторизация). Кроме треугольной факторизации, хорошо известна унитреугольная факторизация. Для групп ранга большего 1 существуют разложения Басса-Кольстера.

Для конечных групп типа Ли в работе М.Либека и Л.Пибера была получена унитреугольная факторизация длины 13, а в работе Л.Бабаи, Н.Николова и Л.Пибера анонсировано существование данной факторизации длины 5.

Во второй главе диссертации А.В. Смоленский обобщает этот результат на скрученные группы Шевалле и на группы Судзуки и Ри. Откуда, в частности, следует разложение конечной группы типа Ли в произведение 4 своих силовских подгрупп, что является минимальной факторизацией.

В этой же главе изучается ширина главных конгруэнц-подгрупп относительно множества образующих. Диссертант получает аналоги разложений Гаусса и Басса-Кольстера, из которых следуют оценки ширины групп больших рангов.

В третьей главе изучается ширина группы Шевалле по отношению к множеству коммутаторов. Подобным вопросам для групп Шевалле над полями посвящено большое количество работ, центральными среди которых являются работа Н.Гордеева и Э.Эллерса и работа М.Либека, Э.О'Брайена, А.Шалева и Ф.Тъепа, в которых доказана знаменитая гипотеза Оре о том, что всякий элемент конечной простой группы является коммутатором.

В то же время в случае колец размерности большей одного, нет конечности ширины в коммутаторах. Относительно колец размерности 0 и 1 имелись только отдельные результаты.

Для колец стабильного ранга 1 Л.Васерштейном, Э.Уэланд, Ф.Арлингхаусом и Хонг Ю для почти всех групп Шевалле нормального типа была вычислена ширина группы по отношению к коммутатором.

В диссертации А.В.Смоленского делается практически завершающий шаг в этом направлении: единообразным методом вычислена ширина групп Шевалле нормального и исключительного типов. Единственный случай, когда ширина группы выглядит неоптимальной – группа типа E_6 .

Полученный результат, безусловно, является крупным достижением в структурной теории групп Шевалле.

Четвёртая глава посвящена подсистемным факторизациям, иначе говоря, разложениям группы в произведение подгрупп меньшего ранга.

Этой тематике посвящено относительно малое количество работ. В работе Н.А. Вавилова и Е.И. Ковача улучшена оценка для SL_2 -факторизации

конечных простых групп типа Ли. В работе Н.Николова получена оценка в 200 множителей для классических групп над конечными полями в терминах подгрупп типа A_n .

А.В.Смоленский получает заметное продвижение и в этих вопросах. В работе значительно уменьшена оценка SL_2 -факторизации для групп Шевалле над эрмитовым кольцом и улучшена оценка Н.Николова для элементарной спинорной группы более, чем в 20 раз.

Диссертация содержит немногочисленные опечатки, неизбежные для работы такого объёма. Некоторые из них, видимо, связаны с переводом собственных статей с английского на русский язык (например, встречается слово “and”). На страницах 14 и 15 не введены обозначения для Σ_J и Σ_i^\pm , хотя несложно догадаться, что они обозначают. Отметим, что чтение работы было бы удобнее, если бы диссертант формулировал основные идеи своих доказательств.

Данные замечания несущественны и не влияют на общее впечатление от работы. Соискатель демонстрирует глубокое понимание темы, широкую эрудицию не только в данной тематике, но и связанных с ней вопросах, уверенные знания методов линейной алгебры, теории групп Шевалле, алгебраических групп, теории представлений, теории колец. В доказательствах автор преодолевает значительные технические трудности, проявляя незаурядную изобретательность и оригинальность.

Результаты диссертации получены автором лично, являются новыми и актуальными. Доказательства проведены аккуратно, что не оставляет сомнений в их правильности. Все основные результаты опубликованы в 6 работах (в том числе в журналах из списка ВАК и входящих в базу Web of Science), неоднократно докладывались на конференциях и семинарах. Автореферат соответствует содержанию работы и правильно отражает её основные направления.

Таким образом, диссертация А.В.Смоленского на соискание учёной степени кандидата наук является научно-квалифицированной работой, в ко-

торой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для структурной теории алгебраических групп. Она удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06, а диссертант, несомненно, заслуживает присвоения ему учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент,
к. ф.-м.н., доцент



В.В. Нестеров

Сведения об оппоненте:

Нестеров Владимир Викторович,

доцент каф. Высшей математики БГТУ «ВОЕНМЕХ» им.Д.Ф. Устинова,

190005 Санкт-Петербург, 1-я Красноармейская ул. д.1

тел.: 8(812)495-77-50

e-mail: vl.nesterov@mail.ru

Подпись В.В.Нестерова заверяю

Учёный секретарь БГТУ «ВОЕНМЕХ»

