

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной и  
исследовательской деятельности  
федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Южный федеральный университет»



\_\_\_\_\_ А.В.Метелица

\_\_\_\_\_ 4 » января 2022 г.

### ОТЗЫВ

ведущей организации федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Южный федеральный университет»  
на диссертацию Боровицкого Вячеслава Андреевича  
«Многопараметрические оценки в гармоническом анализе: варианты неравенства  
Рубио де Франсиа и интерполяция абстрактных пространств типа Харди»,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.01 — «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

#### **Актуальность темы диссертации.**

Диссертационная работа В.А.Боровицкого посвящена вопросам многопараметрического гармонического анализа, в том числе обобщению неравенства Литлвуда–Пэли–Рубио де Франсиа в многопараметрической постановке, а также изучению интерполяционных свойств некоторых абстрактных весовых пространств Харди на круге и торе. Интерполяция функциональных пространств, в том числе пространств Харди, имеет множество приложений как в гармоническом анализе, так и в смежных областях. Неравенства типа Литлвуда–Пэли–Рубио де Франсиа в свою очередь интересны тем, что, например, частично замещают в пространствах  $L^p$  с  $p \neq 2$  фундаментальную теорему Планшереля. В целом отметим, что сложности исследования в многопараметрической постановке обусловлены в большей степени многопараметричностью сингулярностей (особенностей) рассматриваемых объектов, что существенно усложняет исследование и зачастую влечет необходимость развития принципиально новых методов и подходов. Аналогичными рассматриваемым в диссертации вопросами занимались многие математики, в том числе Ч.Фефферман, Ж.Бургейн, С.В.Кисляков, Р.Фефферман. Исследование, проведенное в диссертационной работе, развивает современный гармонический анализ, теорию функций и теорию операторов в многопараметрической постановке, расширяя и углубляя научные знания в этой области. Таким образом, тематика диссертации представляется актуальной и современной.

### **Содержание диссертации.**

Диссертация состоит из трех глав, введения и заключения. Список литературы содержит 50 наименований.

В первой главе излагаются результаты совместной работы диссертанта и его научного руководителя С.В.Кислякова, при этом авторы оценивают свой вклад в эту работу как равный. Пространства Харди рассматриваются как модули над подалгебрами пространства  $L^\infty$ , что позволяет доказывать результаты об интерполяции таких абстрактных пространств. При этом постановка, в отличие от предыдущих работ, оказывается достаточно общей – в полученные результаты включаются теоремы о  $K$ -замкнутости весовых пространств Харди на двумерном торе. Основным и результатом первой главы является интерполяционная теорема для весовых пространств Харди, при этом упомянутая  $K$ -замкнутость служит инструментом обоснования в контексте достаточно общей ситуации так называемых окаймленных весов.

Во второй главе доказывается неравенство Литлвуда–Пэли–Рубио де Франсиа для разложений функций в ряд по ортонормированной системе Н.Я.Виленкина. Диссертант здесь пользуется геометрическими идеями Н.Н.Осипова, А.С.Целищева, использует идеи более ранних работ Кислякова–Парилова, а также пользуется атомной теорией мартингалов Харди, описанной Ф.Вейсом. При этом развиваются новые методы и подходы, и получаются промежуточные результаты, также представляющие самостоятельный интерес. Например, многопараметрический вариант теоремы Ганди об ограниченности операторов на пространствах мартингалов.

В третьей главе диссертант возвращается к весовым вопросам, уже возникавшим до этого в главе 1. Здесь доказывается весовой аналог неравенства Литлвуда–Пэли–Рубио де Франсиа для произвольных прямоугольников в  $\mathbb{R}^2$ . Благодаря методам, основанным на атомной теории весовых пространств Харди, неравенство удается доказать в том числе и для показателей  $p \leq 1$ , что традиционно считается более сложным, чем случаи  $1 < p < 2$  и  $p > 2$ . В завершении главы из основного результата выводится дополнительный результат о том, что неравенство остается верным при  $p < 2$  для функций со спектрами в произвольных множествах примерно одинакового размера (вместо прямоугольников произвольного размера).

### **Значимость результатов диссертации для науки и практики**

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы при исследовании функциональных пространств, изучении интерполяционных неравенств, решении задач о вложениях пространств и о разложении на атомы пространств, задач, связанных с представляющими системами, иных задач вещественного, комплексного и функционального анализа. Результаты диссертации могут быть полезными также и для прикладных и естественных наук, ввиду связи практических задач с соответствующими разделами чистой математики.

### **Рекомендации по использованию результатов диссертации.**

Результаты диссертационной работы могут быть использованы в научно-исследовательских работах в рамках вещественного, комплексного и функционального анализа в Санкт-Петербургском отделении Математического института им.

В.А.Стеклова РАН и в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, в Санкт-Петербургском государственном университете, в Московском государственном университете, в Новосибирском государственном университете, в Южном федеральном университете, а также в других российских и зарубежных научных и образовательных организациях.

#### **Некоторые некритичные замечания.**

Присутствует определенное число опечаток в диссертации, например: “двупраметрических” на стр. 5, “Не смотря на” на стр. 7, “аксимоматическая” на стр. 10, “сингулярных” на стр. 11, “обобщают” на стр. 13, и пр. Немного затрудняет чтение логика построения изложения, при которой часть теорем формулируются во введении, другие в тексте, доказательства начинаются не сразу, а после некоторых вспомогательных лемм и общих замечаний. Впрочем, такая логика имеет место быть в математических текстах, данные замечания не являются критичными, не влияют на содержание и важность полученных результатов. Также важно отметить высокую степень подробности изложения материала, существенное количество комментариев и пояснений автора, позволяющих лучше и с большей широтой оценить материал и полученные научные результаты.

#### **Общая оценка диссертационной работы.**

Диссертационная работа В.А.Боровицкого является завершенным научным исследованием на актуальную тему. Работа выполнена на высоком научном уровне. Все основные результаты являются новыми и интересными, вносят вклад в современный гармонический анализ. Диссертация написана четко и грамотно, аккуратно оформлена. Решение поставленных задач потребовало от соискателя глубокого понимания и владения современными методами гармонического анализа, вещественного и комплексного анализа, а также функционального анализа, что свидетельствует о высокой квалификации соискателя.

Основные результаты диссертации в должной мере и достаточно подробно опубликованы в научных журналах, рекомендованных ВАК и индексируемых в международных базах Scopus или Web of Science. Положения и выводы диссертации прошли апробацию на научных семинарах в ведущих российских научных центрах. Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертационной работы.

На основании вышесказанного считаем, что диссертационная работа «Многopараметрические оценки в гармоническом анализе: варианты неравенства Рубио де Франсиа и интерполяция абстрактных пространств типа Харди» соответствует специальности 01.01.01 и отвечает всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», а ее автор — Боровицкий Вячеслав Андреевич — заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Отзыв ведущей организации на диссертацию В.А.Боровицкого подготовлен доктором физико-математических наук (специальность — 01.01.01), профессором кафедры дифференциальных и интегральных уравнений Института математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета Алексеем

Николаевичем Карапетянцем (344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а. Тел. +7(863)2975111, e-mail: karapetyants@gmail.com).

Отзыв ведущей организации на диссертацию В.А.Боровицкого обсужден и утвержден на заседании кафедры дифференциальных и интегральных уравнений Института математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета, протокол №5 от 20 января 2022 года.

Заведующий кафедрой дифференциальных  
и интегральных уравнений Института  
математики, механики и компьютерных наук  
Южного федерального университета,  
доктор физико-математических наук, доцент



Авсянкин  
Олег Геннадиевич

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Личную подпись <u>Авсянкин О.Г.</u>
<b>ЗАВЕРЯЮ:</b>
Ведущий специалист по управлению персоналом <u>Мухоморова М.И.</u>
<u>«24» января 2022 г.</u>